

Racines carrées

1. Définition

Soit a un nombre positif.

La racine carrée de a , notée \sqrt{a} est le nombre positif dont le carré vaut a .

$$\text{Pour } a \geq 0 \quad (\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{a^2} = a$$

Exemples :

$$0^2 = 0$$

$$\text{donc } \sqrt{0} = 0$$

$$6^2 = 36$$

$$1^2 = 1$$

$$\text{donc } \sqrt{1} = 1$$

$$7^2 = 49$$

$$2^2 = 4$$

$$8^2 = 64$$

$$3^2 = 9$$

$$9^2 = 81$$

$$4^2 = 16$$

$$\text{donc } \sqrt{16} = 4$$

$$10^2 = 100$$

$$5^2 = 25$$

$$11^2 = 121$$

Attention : $\sqrt{-7}$ n'a pas de sens car -7 est négatif !

Remarques

Certaines racines carrées ne sont pas des nombres entiers ou rationnels (quotients).

On en donne alors une valeur approchée.

Exemple : $\sqrt{2}$ est le nombre positif dont le carré vaut 2.
 $\sqrt{2} \approx 1,414$

2. Opérations sur les racines carrées

a et b sont deux nombres positifs ou nuls.

a) Produit de deux racines carrées

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Le produit de deux racines carrées est égal à la racine carrée du produit.

Exemple : $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

b) Quotient de deux racines carrées

$$\text{Si } b \neq 0, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Le quotient de deux racines carrées est égal à la racine carrée du quotient.

Exemple : $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$

Attention ! Il n'y a aucune règle générale pour la somme et la différence de racines carrées.

Exemples :

1. $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

mais $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

2. $\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$

mais $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

3. $\sqrt{64} - \sqrt{100} = 8 - 10 = -2$

mais $\sqrt{64 - 100}$ n'a pas de sens car $64 - 100$ est négatif

3. Simplification d'écriture avec les racines carrées

1) En faisant sortir les carrés de la racine (Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$)

Exemple : $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

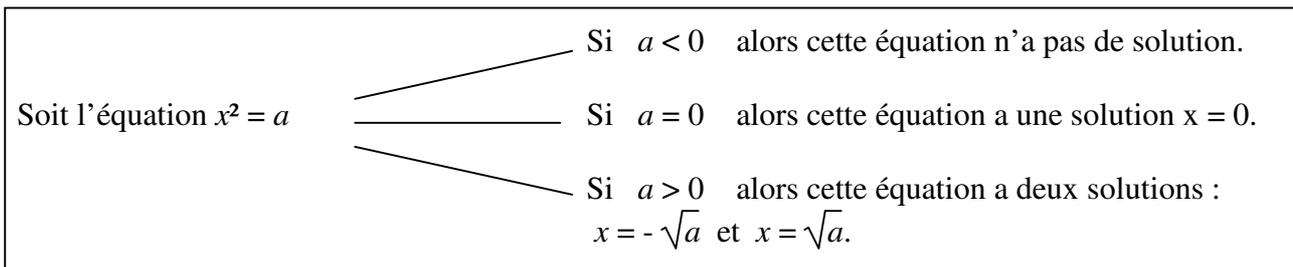
Conséquences :

- 1) $3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$
- 2) $\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = -2\sqrt{7}$
- 3) $4\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$ reste inchangé.
- 4) $3\sqrt{50} - 2\sqrt{18} = 3\sqrt{25 \times 2} - 2\sqrt{9 \times 2}$
 $= 3 \times 5\sqrt{2} - 2 \times 3\sqrt{2}$
 $= 15\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
 $= 9\sqrt{2}$

2) En écrivant sans racine au dénominateur (Ecrire sous la forme $\frac{\sqrt{a}}{b}$)

Exemple : $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{21}{27}} = \sqrt{\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{7}{3^2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

4. Résoudre l'équation $x^2 = a$



Exemples :

$x^2 = -5$

$-5 < 0$

$S = \emptyset$

$x^2 = 0$

$x = 0$

$S = \{ 0 \}$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7}$ et $x = -\sqrt{7}$

$S = \{ \sqrt{7}; -\sqrt{7} \}$

$5x^2 = 15$

$x^2 = \frac{15}{5}$

$x^2 = 3$

$x = \sqrt{3}$ et $x = -\sqrt{3}$

$S = \{ \sqrt{3}; -\sqrt{3} \}$